

Repetition Potenzen

Formeln ($a, b \in \mathbf{Q}^+; q_1, q_2 \in \mathbf{Q};$)

$$a^{q_1} \cdot a^{q_2} =$$

Merksatz: „Potenzen mit“

$$a^{q_1} : a^{q_2} =$$

Merksatz: „Potenzen mit“

$$(a^{q_1})^{q_2}$$

Merksatz: „Potenzen werden“

$$a^{q_1} \cdot b^{q_1} =$$

Merksatz: „Potenzen mit“

$$a^{q_1} : b^{q_1} =$$

Merksatz: „Potenzen mit“

- Ich kann mit Potenzen umgehen, die den Exponenten 0 haben.
 → Es gilt für $a \in \mathbf{Q}^+ : a^0 = 1$. Der Term 0^0 ist nicht definiert, d.h. ihm wird keine Zahl zugeordnet (weil das nicht sinnvoll möglich ist)

- Ich kann einen Wurzelterm (z.B. $\sqrt[3]{a^2}$) umschreiben in eine Potenz.

→ Das ist möglich mit Hilfe der Formel ($m, n \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{Q}^+$):

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Auf unser Beispiel bezogen: $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$

- Ich kann einen Bruch (z.B. $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$) in eine Potenz umschreiben (oder umgekehrt).

→ Das ist möglich mit Hilfe der Formel ($a \in \mathbf{Q}^+, q \in \mathbf{Q}$):

$$a^{-q} = \frac{1}{a^q}$$

Auf unser Beispiel bezogen: $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{1}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{-\frac{2}{3}}$

Übungen

$$[625, 3^{-2}, 10^{\frac{3}{2}}, 10^{\frac{4}{3}}]$$

7. Berechne ohne TR. Schreibe Dein Ergebnis als Potenz mit rationalem Exponenten bzw. als Zahl wenn möglich.

a) $5^{\frac{1}{6}} : 5^{\frac{1}{7}} =$

b) $(a^{\frac{3}{4}} : a^{\frac{2}{3}}) : a =$

c) $\sqrt[3]{2} : \sqrt{2} =$

d) $(\sqrt[8]{5^3} \cdot \sqrt[5]{5^6}) : \sqrt[40]{5} =$

$$[5^{\frac{1}{42}}, a^{-\frac{11}{12}}, 2^{\frac{2}{15}}, 5^{\frac{31}{30}}]$$

8. Ermittle mit Hilfe der Potenzregeln und ohne TR die Lösungsmenge der untenstehenden Gleichungen in \mathbf{R} .

a) $9^x = 3$

b) $8^x = 4$

c) $1000^x = 0.1$

d) $8^{-0.25} = 2^x$

$$[0.5, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -0.75]$$

9. Ermittle die Lösungsmenge der untenstehenden Gleichung, indem Du die Gleichung mit Hilfe der Substitution in eine Gleichung 2. Grades überführst.

a) $4 \cdot 2^x + 32 = 4^x$

b) $9^{2x} + 3 = 4 \cdot 9^x$

c) $3^x + 18 \cdot 3^{-x} = -9$

$$[\mathbf{L} = \{3\}, \mathbf{L} = \{3\}, \mathbf{L} = \{0, 0.5\}, \mathbf{L} = \{\}]$$

10. Ohne TR: Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch ? Begründe Deine Entscheidung.

a) $2^{500} < 8^{167}$

[w] b) $2^{1000} < 10^{300}$

[f] c) $10^{-100} = 100^{-50}$ [w]

d) $(-3^4)^3 = (-3^3)^4$

[f] e) $2^{-10} < 30^{-2}$

[w]

11. Forme so um, dass im Schlussergebnis nicht mehr weiter zusammengefasst werden kann und dass keine Klammern und keine negativen Exponenten vorkommen.

a) $(1 + x^{-3})^2 =$

b) $(x + x^{-1})^3 =$

c) $(x^4 + 2x^{-1})^3 =$

$$[1 + \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^6}, x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}, x^{12} + 6x^7 + 12x^2 + \frac{8}{x^3}]$$