Repetition Gleichungen 2.Grades (oder quadratische Gleichungen)

- Ich weiss, wie eine quadratische Gleichung (oder Gleichung 2.Grades) definiert ist.
  $\rightarrow$ Eine Gleichung, welche auf die Form $ax^2+bx+c=0$ gebracht werden kann.
- Ich weiss, wieviele Lösungen für eine quadratische Gleichung in Frage kommen.
  $\rightarrow$ 0,1 oder 2 Lösungen
- Ich kann folgende Gleichung 2.Grades nach x auflösen (Methode des Wurzelziehens):

  $(x-2)^2=3$

  - $(x-2)^2=3$
  - $x_{1,2}-2=\pm\sqrt{3}$
  - $x_{1,2}=2\pm\sqrt{3}$
  - $x_1=2+\sqrt{3}, x_2=2-\sqrt{3}$
- Ich weiss mit welchen Methoden die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung ermittelt werden kann.
  $\rightarrow$ Wir betrachten die Gleichung $x^2+3x+2=0$
  - Die Lösungsmenge wird mit Faktorisieren gefunden.
    * $x^2+3x+2=0 \Rightarrow (x+2)(x+1)=0 \Rightarrow \mathbf{L}=\{-2,-1\}$
  - Die Lösungsmenge wird mit quadratischem Ergänzen ermittelt.
    * $x^2+3x+2=0$
      · $x^2+3x+...=(x+...)^2$
      · $x^2+3x+2.25=(x+1.5)^2$
      · $x^2+3x=(x+1.5)^2-2.25$
    * $(x+1.5)^2-2.25+2=0$
    * $(x+1.5)^2=0.25$
    * $x+1.5=\pm 0.5 \Rightarrow x_1=-1, x_2=-2 \Rightarrow \mathbf{L}=\{-2,-1\}$
  - Die Lösungsmenge wird mit der Lösungsformel gefunden.
    * $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
    * $a=1, b=3, c=2$
    * $x_{1,2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\dfrac{-3\pm 1}{2}$
    * $x_1=-1, x_2=-2 \Rightarrow \mathbf{L}=\{-2,-1\}$

  Mit Faktorisieren ist man am schnellsten, jedoch geht diese Methode nicht immer. Mit quadratischem Ergänzen oder mit Anwenden der Lösungsformel kann man die Lösungsmenge einer beliebigen quadratischen Gleichung ermitteln.
- Ich kann herausfinden, wieviele Lösungen eine quadratische Gleichung hat.
  $\rightarrow$ Mit der Diskriminante in der Lösungsformel (b^2-4ac) können wir die Frage schnell beantworten:
  - $b^2-4ac<0$: Keine Lösung
  - $b^2-4ac=0$: Genau eine Lösung
  - $b^2-4ac>0$: Genau 2.Lösungen

Übungen

1. Finde die Lösung(en) der folgenden Gleichungen in **Q**. Gib Dein Ergebnis in der Form **L** = {...} an.

a) $(x-6)(2x+9)=0$	b) $(5x-2)(4x+3)=0$
c) $(120-8x)(12+8x)=0$	d) $(x+2.5)(5x-2)=0$
e) $x(x-9)(2x+13)(3x-15)=0$	f) $(5x+7)(6x-90)(9x+60)=0$
g) $(4x+3+7x)(15-7x-1)=0$	h) $x(3x+17-20x)(25+7x+3)=0$

$[\mathbf{L}=\{-4.5,6\};\mathbf{L}=\{0.4;-0.75\};\mathbf{L}=\{-1.5;15\};\mathbf{L}=\{-2.5;0.4\};\mathbf{L}=\{-6.5;0,5,9\};\mathbf{L}=\{-6.\overline{6};-1.4,15\}]$
$[\mathbf{L}=\{-\frac{3}{11};2\};\mathbf{L}=\{-4;0,1\}]$

2. Finde die Lösung(en) der folgenden Gleichungen in **Q**. Gib Dein Ergebnis in der Form **L** = {...} an.

a) $x^2+4x+4=0$	b) $x^2+9x+20=0$
c) $x^2-9=0$	d) $x^2-2x+1=0$
e) $x^2-5x+6=0$	f) $x^2-9x+20=0$
g) $x^2-x-20=0$	h) $x^2-5x-24=0$
i) $x^2-2x=63$	j) $x^2=5x+14$

$[\mathbf{L}=\{-2\},\mathbf{L}=\{-4,-5\},\mathbf{L}=\{-3,3\},\mathbf{L}=\{1\},\mathbf{L}=\{2,3\},\mathbf{L}=\{4,5\},\mathbf{L}=\{-4,5\},\mathbf{L}=\{-3,8\},\mathbf{L}=\{-7,9\},\mathbf{L}=\{-2,7\}]$

3. Finde die Lösung(en) der folgenden Gleichungen 2.Grades in den reellen Zahlen mit Wurzelziehen.

a) $9u^2-100=4u^2$ $[\mathbf{L}=\{\pm\sqrt{20}\}]$	b) $(x-4)^2-144=0$ $[\mathbf{L}=\{-8,16\}]$
c) $(x+1)^2=0$ $[\mathbf{L}=\{-1\}]$	d) $(x-2)^2+3=0$ $[\mathbf{L}=\{\}]$

4. Fülle die untenstehenden Lücken aus.

a) $x^2+4x+...=(x+...)^2$ b) $u^2-6u+...=(u-...)^2$ c) $y^2-\frac{2}{3}y+...=(y-...)^2$

5. Finde die Lösungen der folgenden Gleichungen mit der Methode des quadratischen Ergänzens. Gib Dein Ergebnis in der Form **L** = {...} an. Überprüfe anschliessend bei (a) Deine Lösung.

a) $x^2+6x+7=0$ $[\mathbf{L}=\{-3\pm\sqrt{2}\}]$	b) $x^2+16x+3=0$ $[\mathbf{L}=\{-8\pm\sqrt{61}\}]$
c) $2x^2+x-10=0$ $[\mathbf{L}=\{-2.5,2\}]$	d) $x^2+x+1=0$ $[\mathbf{L}=\{\}]$

6. Berechne die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen mit Hilfe der Lösungsformel. Gib Deine Lösung(en) als Dezimalzahl in der Form **L** = {...} an.

a) $2x^2-7x+3=0$ $[\mathbf{L}=\{0.5,3\}]$	b) $4x^2+5x-6=0$ $[\mathbf{L}=\{-2,0.75\}]$
c) $-2x^2+x+6=0$ $[\mathbf{L}=\{2,-1.5\}]$	d) $5x^2+8x=4$ $[\mathbf{L}=\{-2,0.4\}]$

7. Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung $x^2-x=2$ in **R**
   a) mit Faktorisieren.
   b) mit quadratischem Ergänzen.
   c) mit der Lösungsformel.

8. Bestimme die Anzahl Lösungen der folgenden Gleichungen in **R**:

a) $3x^2-4x=1$ [2]	b) $3x^2-5x=-4$ [0]

9. Ermittle eine Gleichung mit

a) Grad 2 und genau 2 Lösungen	b) Grad 3 und genau 2 Lösungen
c) Grad 3 und genau 3 Lösungen	d) Grad 5 und genau 5 Lösungen

[z.B. $(x+1)(x+2)=0, (x+1)(x+1)(x+2)=0, (x+1)(x+2)(x+3)=0, (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)=0$]

10. Wie muss der Parameter k gewählt werden, damit die Gleichung $-2kx^2+4x-k=0$ genau 1 Lösung hat ? [$k=\pm\sqrt{2}$]

11. Wie muss der Parameter k gewählt werden, damit die Gleichung $x^2+kx+1=-4x$ genau 1 Lösung hat ? [$k_1=-2, k_2=-6$]

12. Eine Schulklasse fährt mit einem Autocar ins Skilager. Die Fahrtkosten von 300 Franken werden gleichmässig unter den Teilnehmern aufgeteilt. Da ein Schüler krankheitshalber nicht mitfahren kann, ist der Kostenanteil für die übrigen Teilnehmer um 50 Rappen grösser. Wie viele sind mitgefahren ? [24]

13. Ein Blumenbeet von 3 m Länge und 2 m Breite ist ringsum mit konstanter Breite von Rasen eingefasst, sodass Einfassung und Beet gleichen Flächeninhalt haben. Wie breit ist die Einfassung ? [0.5 m]