Lösungen Repetition Wachstum/Zerfall

1. Liegt lineares oder exponentielles Wachstum vor ?
   - DJemand bringt 1000 Fr auf eine Bank, die am Ende jedes Jahres zu 2% verzinst werden. → exp. Wachstum
   - Jemand legt jedes Jahr 1000 Fr unter sein Kopfkissen. → lin. Wachstum
2. Von 5kg eines radioaktiven Isotops sind nach 5 Stunden noch 2kg vorhanden. Wie lautet das Zerfallsgesetz ?
   - $f(t) = 5 \cdot a^t$
   - $f(5) = 5 \cdot a^5 = 2 \Rightarrow a = 0.833 \Rightarrow \underline{\underline{f(t) = 5 \cdot 0.833^t}}$
3. Eine Bakterienpopulation umfasst $4 \cdot 10^6$ Exemplare. Nach 1.5 Stunden hat sich die Zeit der Exemplare vervierfacht. Wir nehmen an, dass die Zahl der Exemplare exponentiell wächst. Wie viele Exemplare sind nach 10 Stunden vorhanden ?
   - $4 \cdot 4 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^6 a^{1.5} \Rightarrow a = 2.52$
   - $f(10) = 4 \cdot 10^6 \cdot 2.52^{10} = \underline{\underline{4.13 \cdot 10^{10}}}$
4. Eine Bakterienpopulation wächst exponentionell. Um 14 Uhr sind 2300 Bakterien vorhanden, um 16 Uhr sind es 36000.
   a) Wieviele Bakterien hat es um 16.30 Uhr ?
      - $B(0) = 2300$ und $f(2) = 36000$.
      - $f(x) = 2300 \cdot a^x \Rightarrow f(2) = 2300 \cdot a^2 = 36000 \Rightarrow a = 3.95628$
      - $f(2.5) = 2300 \cdot 3.95628^{2.5} = \underline{\underline{71605.3}}$ (Wenn mit 3.96 gerundet wird)

   b) Um welche Uhrzeit sind 100000 Bakterien vorhanden ?
      - $100000 = 2300 \cdot 3.95628^t \Rightarrow 43.48 = 3.95628^t \Rightarrow t = 2.74$ = 2 Stunden 44.4 Minuten ⇒ <u>16.44 Uhr.</u>
5. a) Wie gross ist ein Kapital von 1000Fr. nach 5 Jahren bei einem Zins von 5% ?
      - $f(x) = 1000 \cdot 1.05^5 = \underline{\underline{1276.28}}$.

   b) Um wieviel Prozent seines Anfangswertes wächst ein Kapital bei 5% in 10 Jahren ?
      - $100\% \cdot 1.05^10 = 162.88\% \Rightarrow$ <u>Zuwachs von 62.88</u>%

   c) 2500Fr. werden zu 5.5% angelegt. Wie viele Jahre würde es dauern bis das Kapital auf 10000Fr. angewachsen ist ? Nach welcher Zeit hat sich das Kapital verdoppelt ?
      - $f(t) = 2500 \cdot 1.055^t$
      - $10000 = 2500 \cdot 1.055^t \Rightarrow 4 = 1.055^t \Rightarrow \underline{\underline{t = 25.89J.}}$
      - $5000 = 2500 \cdot 1.055^t \Rightarrow 2 = 1.055^t \Rightarrow \underline{\underline{t = 12.95J.}}$
6. Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Im 1.Jahr ist die Wertminderung am grössten, danach wird sie von Jahr zu Jahr geringer. Der Autohandel geht von 19% Wertminderung pro Jahr aus. Stelle die Wertminderung für ein Auto, dessen Neupreis 25000Fr. ist, graphisch dar. Berechne die Halbwertszeit.
   - $25000 \cdot 0.81 = 20250$
   - $20250 = 25000 \cdot a^1$
   - $a = 0.81$
   - $12500 = 25000 \cdot 0.81^t \Rightarrow \underline{\underline{t = 3.29}}$

7. a) Wie gross ist die Halbwertszeit bei der Funktion $f(t) = a \cdot 0.125^t$?

- Halbwertszeit: In welcher Zeit ist ein gegebender Bestand nur noch halb so gross ?
- z.B. Anfangsbestand: $t = 0 : f(0) = a \cdot 0.125^0 = a$
- Zum Zeitpunkt 0 ist a vorhanden (z.B. Atomkerne,Zellen,...). Wann ist nur noch halb so viel vorhanden, d.h. $a/2$?
- $a/2 = a \cdot 0.125^t \Rightarrow 1/2 = 0.125^t \Rightarrow \underline{\underline{t}} = \frac{\ln 0.5}{\ln 0.125} = \underline{\underline{1/3}}$.

b) Wie gross ist die Verdoppelungszeit bei der Funktion $f(t) = a \cdot 64^t$?

- Verdoppelungszeit: Wann ist ein Bestand doppelt so gross ?
- z.B. Anfangsbestand: $t = 0 : f(0) = a \cdot 64^0 = a$
- Zum Zeitpunkt 0 ist a vorhanden (z.B. Atomkerne,Zellen,...). Wann ist doppelt so viel vorhanden, d.h. $2a$?
- $2a = a \cdot 64^t \Rightarrow 2 = 64^t \Rightarrow \underline{\underline{t}} = \frac{\ln 2}{\ln 64} = \underline{\underline{1/6}}$.