

Lösungen zur Abschlussprüfung Mathematik

1. (5.5 P./12 min)

a) (3 P./6 min/gemacht/Leicht) Forme so um, dass das Ergebnis die Form a^b hat.

i) (0.5 P.) $x^{-4} \cdot x^{-1} \cdot x = x^{-4}$

ii) (0.5 P.) $x^{-2} : x^{-1} = x^{-1}$

iii) (1 P.) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{6}}$

iv) (1 P.) $\sqrt[4]{x^3} : \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{3}{4}} : x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{12}}$

b) (2.5 P./6 min/gemacht/mittel) Löse die folgende Gleichung nach x auf:

$$a = \frac{x-b}{1+bx}$$

• $a(1+bx) = x-b$

• $a+abx = x-b$

• $abx - x = -a - b$

• $x(ab-1) = -a-b$

• $x = \frac{-a-b}{ab-1}$

2. (5.5 P./16 min) Ein Kleinunternehmer, der allein arbeitet, stellt Gemüsereiben und Kartoffelschäler her. Die untenstehenden Ungleichungen stellen dabei die Rahmenbedingungen dar.

• x : Gemüsereiben, y : Kartoffelschäler

$$10x + 20y \leq 360$$

• $3x + 2y \leq 50$

$$x + y \leq 20$$

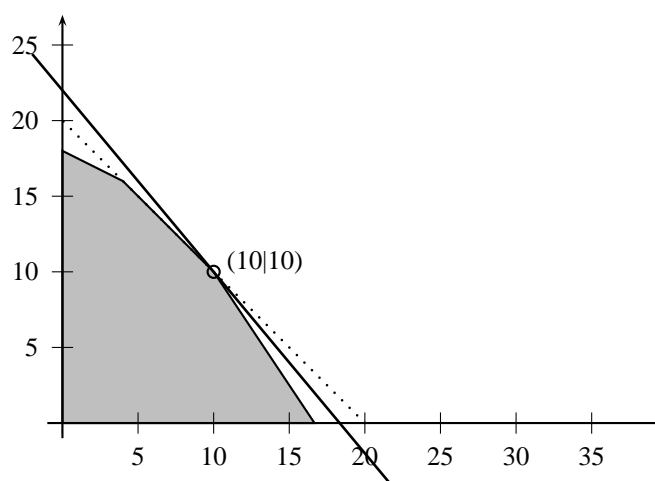
a) (3 P./9 min/gemacht/leicht) Zeichne das entsprechende Planungspolygon.

• Es werden je zwei Punkte ausgerechnet

– Gl.1: (0|18), (36|0)

– Gl.2: (0|25), (16. $\bar{6}$ |0)

– Gl.3: (0|20), (20|0)



b) (1.5 P./4 min/gemacht/leicht) Der Gewinn für eine Reibe beträgt 6 Fr, für einen Kartoffelschäler beträgt er 5 Fr. Welches ist der höchstmögliche Gewinn, der erzielt werden kann ?

• Gewinn: $6x + 5y = G \Rightarrow y = -\frac{6}{5}x + \frac{G}{5}$ (durchgezogene Linie)

c) (1 P./3 min/gemacht/leicht) Wieviele Geräte können maximal verkauft werden ?

- Gewinn: $x + y = A \Rightarrow y = -x + A$ (gestrichelte Linie)
- Maximal 20 Geräte

3. (5 P./14 min)

a) (2 P./5 min/gemacht/leicht) Löse die folgenden Gleichungen 2.Grades mit Faktorisieren oder Wurzelziehen. Gib Dein Ergebnis in der Form $\mathbf{L} = \{\dots\}$ an.

i) (1 P.) $x^2 - 11x - 12 = 0 \Rightarrow (x - 12)(x + 1) = 0 \Rightarrow \mathbf{L} = \{-1, 12\}$

ii) (1 P.) $(x - 1)^2 = 25 \Rightarrow x_{1,2} - 1 = \pm 5 \Rightarrow \mathbf{L} = \{-4, 6\}$

b) (1 P./3 min/gemacht/leicht) Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $x(x - 3)(x + 4) = 0$. Gib Dein Ergebnis in der Form $\mathbf{L} = \{\dots\}$ an.

- $\mathbf{L} = \{-4, 0, 3\}$

c) ((2 P./6 min/neu/mittel) Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $(x^2 - 3x - 4)(x^2 + x - 2) = 0$. Gib Dein Ergebnis in der Form $\mathbf{L} = \{\dots\}$ an.

- $(x^2 - 3x - 4)(x^2 + x - 2) = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1)(x + 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \mathbf{L} = \{-2, -1, 1, 4\}$

4. (3 P./11 min) Gegeben ist eine Parabel mit der Vorschrift $f(x) = -2x^2 - 4x + 4$.

a) (1.5 P./5 min/gemacht/leicht) Berechne den Scheitelpunkt dieser Parabel.

- (0.5 P.) $S_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{-4} = -1$

- (0.5 P.) $S_y = -2 \cdot (-1)^2 - 4(-1) + 4 = -2 + 4 + 4 = 6$

- (0.5 P.) $S(-1|6)$

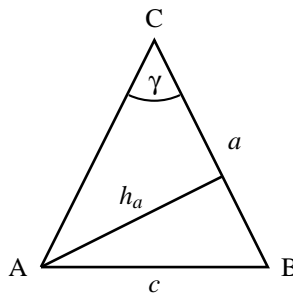
b) (1.5 P./6 min/gemacht/leicht) Für welche x gilt: $f(x) = 6$?

- (0.5 P.) $6 = -2x^2 - 4x + 4$

- (0.5 P.) $-2x^2 - 4x - 2 = 0$

- (1 P.) $x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(-2)(-2)}}{-4} = -1$

5. (2.5 P./8 min/neu/mittel) Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ($\overline{AC} = \overline{BC}$) mit $a = 40.3$ cm und $h_a = 11.5$ cm.



a) (1 P.) Berechne den Winkel γ .

- $b = 40.3$ cm

- $\underline{\underline{\alpha}} = \sin^{-1}\left(\frac{11.5}{40.3}\right) \approx \underline{\underline{16.58^\circ}}$

b) (1.5 P.) Berechne die Seite c (falls Du bei a) nichts erhalten hast, nimm an, γ sei 25°).

- $\gamma/2 \approx 8.29^\circ$

- $c/2 \approx 40.3 \text{ cm} \cdot \sin(8.29^\circ) \approx 5.81 \text{ cm} \Rightarrow \underline{\underline{c \approx 11.62 \text{ cm}}}$

6. (4.5 P./8 min) Gegeben ist die Funktion $y = -3x + 6$.

a) (1.5 P./3 min/gemacht/leicht) Berechne die Schnittpunkte mit der x - und der y -Achse. Gib Dein Ergebnis in der Form $S_x(\dots|\dots)$ bzw. $S_y(\dots|\dots)$ an.

- $y = 0 \Rightarrow -3x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \underline{S_y(2|0)}$
 - $x = 0 \Rightarrow y = -3 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \underline{S_x(0|6)}$
- b) (1 P./2 min/gemacht/leicht) Liegt der Punkt mit den Koordinaten $(1000|-2995)$ unterhalb/auf/oberhalb des Graphen? Begründe Deine Entscheidung.
- $y = -3 \cdot 1000 + 6 = -2994 \Rightarrow \underline{\text{unterhalb}}$
- c) (2 P./5 min/neu/leicht) Gegeben sind die linearen Funktionen $f(x) = -2x + 3$ und $g(x) = 3x + 6$. Es wird nun eine Gerade eingezeichnet, die parallel zur y-Achse ist und durch den Punkt $(1000|0)$ geht. Diese Gerade schneidet die beiden zu $f(x)$ und $g(x)$ gehörenden Geraden. Berechne die Länge der Strecke von Schnittpunkt zu Schnittpunkt.
- $f(1000) = -2000 + 3 = -1997$
 - $g(1000) = 3000 + 6 = 3006$
 - $1997 + 3006 = \underline{5003}$
7. (2.5 P./10 min/gemacht/leicht) Löse folgendes Gleichungssystem nach x und y auf:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \\ \frac{x}{4} + y = 8 \end{array} \right|$$

- $\left| \begin{array}{l} 5x - 6y = 30 \\ x + 4y = 32 \end{array} \right|$

- $\left| \begin{array}{l} 5x - 6y = 30 \\ 5x + 20y = 160 \end{array} \right|$

- $-26y = -130 \Rightarrow \underline{y = 5}$

- $5x - 30 = 30 \Rightarrow \underline{x = 12}$

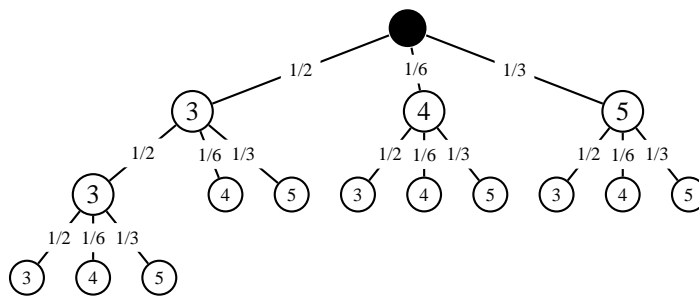
8. (3 P./10 min) Der Luftdruck p nimmt mit zunehmender Höhe exponentiell ab. Bei einem Höhenunterschied von 1 km beträgt seine Abnahme 11.7 %.
- a) (1.5 P./5 min/neu/mittel) Auf Meereshöhe wird ein Druck von 1.1 bar gemessen. Wie gross ist der Luftdruck auf dem 8850 Meter hohen Mt. Everest?
- $B(x) = B(0) \cdot a^x$
 - (1 P.) $B(x) = 1.1 \text{ bar} \cdot 0.883^x$, x : Höhe in km
 - (0.5 P.) $B(8.85) = 1.1 \text{ bar} \cdot 0.883^{8.85} \approx 0.366 \text{ bar}$
- b) (1.5 P./5 min/gemacht/mittel) Auf welcher Höhe ist der Luftdruck halb so gross wie auf Meereshöhe (wenn Du a) nicht lösen konntest, rechne mit der Gleichung $B(x) = 3 \cdot 0.6^x$?)
- $0.55 \text{ bar} = 1.1 \text{ bar} \cdot 0.883^x$
 - $0.5 = 0.883^x \Rightarrow \underline{x = \frac{\ln 0.5}{\ln 0.883} \approx 5.571 \text{ km}}$

9. (6.5 P./19 min)

- a) (1 P./3 min/gemacht/leicht) Das Volumen eines zylindrischen Holzstammes ist aus dem Umfang $u = 1.25 \text{ m}$ und der Länge $l = 3.4 \text{ m}$ zu berechnen.
- $u = 2\pi r \Rightarrow 1.25 \text{ m} = 2\pi r \Rightarrow \underline{r \approx 0.1989 \text{ m}}$.
 - $V = \pi r^2 \cdot l = \pi (0.1989 \text{ m})^2 \cdot 3.4 \text{ m} \approx \underline{0.42 \text{ m}^3}$
- b) (3 P./8 min/neu/mittel) Bei einem Quader mit quadratischer Grundfläche ($a = b$) sind folgende Angaben bekannt: $c = 17 \text{ cm}$, $O = 1344 \text{ cm}^2$. Berechne die Seite a .

- $O = 2ab + 2ac + 2bc \Rightarrow 1344 = 2a^2 + 34a + 34a \Rightarrow 2a^2 + 68a - 1344 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-68 \pm \sqrt{68^2 + 10752}}{4} = \frac{-68 \pm 124}{4} \Rightarrow x_1 = 14, x_2 = -48 \Rightarrow \underline{a = 14}$

- c) (2.5 P./8 min/neu/mittel) Welche Oberfläche hat eine gerade quadratische Pyramide, wenn eine Seitenfläche die Höhe von 15 cm hat und der Mantel 600cm^2 beträgt ?
- x : Seitenlänge der Grundfläche
 - $4 \cdot \frac{x \cdot 15\text{cm}}{2} = 544\text{cm}^2 \Rightarrow 2x \cdot 15\text{cm} = 600\text{cm}^2 \Rightarrow x = 20\text{cm}$
 - $\underline{Q = M + G = 600\text{cm}^2 + 400\text{cm}^2 = \underline{1000\text{cm}^2}}$
10. (3 P./9 min) Ein Glücksrad mit gleich grossen Sektoren und den Zahlen von 1-4 wird dreimal gedreht.
- a) (1 P./3 min/neu/leicht) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal nacheinander die gleiche Zahl gedreht wird ?
- $P(3 \text{ mal die gleiche Zahl}) = \frac{4}{4^3} = \frac{1}{16}$
- b) (2 P./6 min/neu/mittel) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau zweimal die gleiche Zahl gedreht wird ?
- $\underline{P(\text{genau 2 mal die gleiche Zahl}) = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3}{4^3} = \underline{0.5625}}$
11. (3.5 P./12 min/neu/mittel) Ein Würfel hat 6 Seiten (Augenzahlen 3,3,3,4,5,5), bei denen alle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit geworfen werden können. Der Würfel wird nun so lange geworfen, bis die Augensumme mindestens 7 beträgt.
- a) (2 P.) Stelle diesen Zufallsversuch mit einem Baumdiagramm dar.



- b) (1.5 P.) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man eine gerade Augensumme ?
- Eine gerade Augensumme erhält man bei folgenden Pfaden: (3,3,4),(3,5),(4,4),(5,3),(5,5)
 - $P(3,3,4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$
 - $P(3,5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
 - $P(4,4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
 - $P(5,3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
 - $P(5,5) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$
 - Wir erhalten: $\underline{P(\text{gerade AS}) = \frac{1}{24} + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} \approx \underline{0.51}}$