

1.1 Rechnen mit Termen

(Thema aus dem Bereich Algebra)

Inhaltsverzeichnis

1	Terme	2
1.1	Definition des Begriffs	2
1.2	Vorzeichen von Termen	2
2	Die Schreibweise $T(x, \dots)$ von Termen	2
3	Addition und Subtraktion von Termen	3
4	Klammern	4
5	Vorzeichen bei der Multiplikation	5
6	Der Begriff Potenz	6
6.1	Die Definition einer Potenz	6
6.2	Potenzen mit natürlichen Exponenten	6
7	Multiplikation mit gemischten Termen	6
8	Die Division von Termen	7
9	Prioritäten: Klammer vor Punkt vor Strich	8

1 Terme

1.1 Definition des Begriffs

Definition 1 Ein Term ist eine Zusammensetzung aus Ziffern, Variablen, Operationszeichen (+, -, ·, :) und Klammern.

Es dürfen insbesondere keine Gleichheitszeichen und Ungleichheitszeichen vorkommen, denn dann hätten wir bereits Gleichungen und Ungleichungen.

Übungen

1. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch ?

a) $45ab^2$ ist ein Term

b) $a^2b^2 + 3ab$ ist kein Term

c) $3 = 7$ ist ein Term

d) $4ab \leq 5$ ist kein Term

[wahr,falsch,falsch,wahr]

1.2 Vorzeichen von Termen

Ein Term hat entweder ein + oder ein - als Vorzeichen. Das Vorzeichen + wird in der Regel weggelassen, d.h. $+2x$ ist einfach $2x$. Häufig treten - und/oder + nacheinander auf. Man kann sie durch eines ersetzen, gemäss der folgenden Tafel:

Übungen

2. Forme so um, dass im Endergebnis nur eine Zahl steht und keine Klammer vorkommt.

a) $(-27)+(-48)+(+51) =$

b) $(+33)+(+106)+(-92) =$

c) $(-58)+(+83)+(-49) =$

d) $(+4)-(-3) =$

e) $(-2)-(-6) =$

f) $(-3)+(-5) =$

g) $0-(-7) =$

h) $(+48)-(+26) =$

i) $(-27)-(+34) =$

[-24,47,-24,7,4,-8,7,22,-61]

2 Die Schreibweise $T(x, \dots)$ von Termen

Gegeben ist der Term $3x + 4y$. Dieser Term hat die zwei Variablen x und y . Wir können nun schreiben: $T(x, y) = 3x + 4y$. T steht für Term, x, y steht für die Variablen x und y , die im Term $3x + 4y$ vorkommen. Wenn $x = 4$ und $y = 3$ gilt, dann schreiben wir: $T(4, 3)$. Wir können nun $T(4, 3)$ berechnen: $T(4, 3) = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = 12 + 12 = 24$.

Übungen

3. Schreibe in der Form $T(\dots)$.

a) $3ab - 4bc$

b) $2x^2 + y^3 - xy$

4. a) $T(x) = 2x - 3; T(2) =$

b) $T(y) = 3y^2 + y - 4; T(-1) =$

c) $T(x; y) = 2x - y + 7; T(4; 1)$

d) $T(x, y) = 2x - y; T(a, b) =$

[1, -2, 14, $2a - b$]

3 Addition und Subtraktion von Termen

Definition 2 Die Summe von gleichen Elementen wird folgendermassen zusammengefasst:

Beispiele

Übungen

5. Schreibe anstelle folgender Summen Produkte !

a) $4+4+4+4+4 =$

b) $ab + ab + ab + ab + ab + ab + ab =$

c) $P + P + P + \dots + P(n - \text{mal}) =$

d) $-3-3-3-3-3 =$

e) $-x^2 - x^2 - x^2 - x^2 - x^2 - x^2 - x^2 =$

f) $-xyz - xyz - xyz - xyz =$

[$5 \cdot 4, 7ab, nP, 5(-3), 7(-x^2), 4(-xyz)$]

6. Fasse soweit wie möglich zusammen.

a) $13b + 8b =$

b) $13b - 8b =$

c) $9r + 4r + 7r =$

d) $17s - 8s + 5s =$

e) $u + 2u + 3u - 4u =$

f) $2.9u - 1.4u + 0.5u =$

[$21b, 5b, 20r, 14s, 2u, 2u$]

7. Fasse soweit wie möglich zusammen.

a) $a + a + b + b + b + b =$

b) $x^2 + x^2 + 2x + 2x =$

c) $6p + 4p + 9q =$

d) $13k^2 + k^2 - 8k =$

e) $5ab + 4ac - ac =$

f) $5.04a + 3.6a - 2.5a^2 =$

[$2a + 4b, 2x^2 + 4x, 10p + 9q, 14k^2 - 8k, 5ab + 3ac, -2.5a^2 + 8.64a$]

4 Klammern

Beim Umgang mit Klammern gibt es zwei Regeln zu beachten:

- Steht ein - vor einer Klammer, dann darf diese nur weggelassen werden, wenn bei jedem Term in der Klammer das Vorzeichen gewechselt wird.
- Wenn mehrere Klammern ineinander verschachtelt sind (der Übersicht halber meist, rund, eckig, geschwungen) dann gilt die Regel: von innen nach aussen auflösen.

Beispiele:

Übungen

8. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $a + (8 + 9a) =$

b) $2c + (3c + 6) =$

c) $x + 7 + (2x + 5) =$

d) $30x + (5x - 2y) =$

e) $0.2a + (2b + 0.5a) - b =$

f) $(2a - 2b) + (3a + 4b) + (5a - 6b) =$

$[10a + 8,5c + 6,3x + 12,35x - 2y, 0.7a + b, 10a - 4b]$

9. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $a + b - (a - b) =$

b) $2a + 4b - (4a - 5b) =$

c) $6a - 2b + 5c - (-7b + 4c) =$

d) $(8.4a - 2.9x) - (7.3a - 12.5x) =$

$[2b, -2a + 9b, 6a + 5b + c, 1.1a + 9.6x]$

10. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $-20x^3 - (5x^3 + x^2) =$

b) $4x^2 - (2x^2 - 4x + 1) =$

c) $895ab^2 - (-277ab^2) =$

d) $4a^4 + 2a^3 + a^2 - (3a^3 + 5a^2 + a - 7) =$

$[-25x^3 - x^2, 2x^2 + 4x - 1, 1172ab^2, 4a^4 - a^3 - 4a^2 - a + 7]$

11. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $25a - [36b - (19a - 11b) - 12a] =$

b) $a + b + c + d - [(d + a) - (b + c - a)] =$

c) $24a - [(13a - 8b + 2c) - (9a + 12b - 3c)] =$

d) $37a + [22b - (17c + 12b - 11a) + 25c] - [18a - (7b - 3c)] =$

$[56a - 47b, -a + 2b + 2c, 20a + 20b - 5c, 30a + 17b + 5c]$

12. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $55m^2 - 33n^2 - [-(72n^2 - 14m^2) + (3m^2 - 19n^2) - (58m^2 - n^2)] =$

b) $501x^3 - [305x^3 - (250x^2 - 109x) - 43x^3] - (150x^2 - 109x) =$

c) $45m^3 - (12m^2 + 3m - 1) - [45m^3 - (5m^2 + 10m - 1) + (9m^2 - 16m - 3)] - 24m^2 =$

$[96m^2 + 57n^2, 239x^3 + 100x^2, -40m^2 + 23m + 3]$

5 Vorzeichen bei der Multiplikation

- $(+x) \cdot (+y) = +xy$
- $(+x) \cdot (-y) = -xy$
- $(-x) \cdot (+y) = -xy$
- $(-x) \cdot (-y) = +xy$

Wenn wir mehr als zwei Vorzeichen haben, gilt die Regel:

- Gerade Anzahl Minuszeichen: +
- Ungerade Anzahl Minuszeichen: -

Beispiele:

Übungen

13. Forme so um, dass das Endergebnis keine Klammern enthält und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $9 \cdot (-5x) =$

b) $4b \cdot (-d) =$

c) $(-5x) \cdot (-3y) =$

d) $(-ab) \cdot (-c) =$

e) $(-1)^{101} =$

f) $(-a)^5 =$

$$[-45x, -4bd, 15xy, abc, -1, -a^5]$$

6 Der Begriff Potenz

6.1 Die Definition einer Potenz

Definition 3 Eine Potenz ist ein Term, der folgende Form hat: a^b , wobei a und b Terme sind. Wir nennen a die **Basis** und b den **Exponenten** der Potenz.

Bemerkung: Der Term 0^0 ist nicht definiert, d.h. diesem Ausdruck wird kein Wert zugeordnet (wie z.B. 1 oder 0)

6.2 Potenzen mit natürlichen Exponenten

Definition 4 Die Multiplikation von gleichen Termen x wird folgendermassen zusammengefasst:

Bemerkung: Es ist wichtig zu sehen, dass x ein Term ist. Für x kann man zum Beispiel einsetzen: $a, b, c^2, a + 2b$ oder $b + 3c^3$.

Übungen

14. Bestimme Basis und Exponent der folgenden Potenzen !

a) a^c

b) $(a + b)^{(c+d)}$

c) $(-b)^{(c+d)}$

d) $-b^{(c+d)}$

[B:a,E:c;B:a+b,E:c+d;B:-b,E:c+d;B:b,E:c+d]

15. Forme zu einer Potenz um, d.h zu einem Ausdruck der Form a^b .

a) $3 \cdot 3 =$

b) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$

c) $(-3)(-3)(-3) =$

d) $a \cdot a \cdot a \cdot a =$

e) $ab \cdot ab \cdot ab$

f) $abc \cdot abc \cdot abc \cdot abc \cdot abc$

[$3^2, 4^4, (-3)^3, a^4, (ab)^3, (abc)^5$]

7 Multiplikation mit gemischten Termen

Beispiele:

Übungen

16. Forme so um, dass das Endergebnis keine Klammern enthält und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $x \cdot xy =$

b) $5p \cdot 4p =$

c) $5ax \cdot 3ax \cdot ax =$

e) $(4a)^2 =$

g) $(3a)^2 \cdot 5a^3 =$

i) $(-m)^2 =$

k) $(-2ab)^2 =$

d) $12mp \cdot m =$

f) $(2acd)^4 =$

h) $(ab)^2 \cdot c^3 \cdot a^2 \cdot (bc)^3 =$

j) $(-a)^5 =$

l) $(-2cd)^3 =$

$[x^2y, 20p^2, 15a^3x^3, 12m^2p, 16a^2, 16a^4c^4d^4, 45a^5, a^4b^5c^6, m^2, -a^5, 4a^2b^2, -8c^3d^3]$

17. Forme so um, dass das Endergebnis keine Klammern enthält und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $20ab + (-\frac{1}{2}b) \cdot (-\frac{4}{3}c) - (+\frac{2}{3}c) \cdot (+\frac{3}{4}b) - (-2a) \cdot (+\frac{1}{2}b) =$

b) $20ab - (+\frac{1}{2}b) \cdot (+\frac{4}{3}c) + (-\frac{2}{3}c) \cdot (-\frac{3}{4}b) + (+2a) \cdot (-\frac{1}{2}b) =$

$[21ab + \frac{1}{6}bc, 19ab - \frac{1}{6}bc]$

8 Die Division von Termen

Vorzeichen

- $(+x) : (+y) = +(x : y)$
- $(+x) : (-y) = -(x : y)$
- $(-x) : (+y) = -(x : y)$
- $(-x) : (-y) = +(x : y)$

Terme der Form $x : y$, welche nicht die gleiche Basis oder Potenz haben, schreibt man am einfachsten in Bruchform.

Beispiele

Übungen

18. Berechne ohne Taschenrechner.

a) $(+39):(+13) =$

b) $(-39):(+13) =$

c) $(+39):(-13) =$

d) $(-39):(-13) =$

[3,-3,-3,3]

19. Fasse soweit wie möglich zusammen.

a) $ab : a =$

b) $3xy : x =$

c) $a^2 : a =$

d) $5pq^2 : q =$

e) $6a : 2a =$

f) $x^2 : x^2 =$

g) $8a^5 : a^3 =$

h) $ab : (ac) =$

i) $(-42x) : (-7x) =$

j) $(+52a^2) : (-13a) =$

k) $(+216p^3) : (+27p) =$

l) $(-345cd) : (15d) =$

m) $\frac{27x^3y}{3x^2} =$

n) $\frac{8uv}{16v^2} =$

$[b, 3y, a, 5pq, 3, 1, 8a^2, \frac{b}{c}, 6, -4a, 8p^2, -23c, 9xy, \frac{u}{2v}]$

9 Prioritäten: Klammer vor Punkt vor Strich

Es können Ausdrücke mit verschiedenen Operationen (+, -, ·, :) vorkommen. Dann gilt: Punktrechnung (·, :) vor Strichrechnung (+, -). Wenn auch noch Klammern dazukommen, dann gilt: **Klammer vor Punkt vor Strich**.

Beispiele:

Übungen

20. Fasse soweit wie möglich zusammen !

a) $a : b - a : b =$

b) $a : b \cdot b : a =$

c) $a + a : a - a =$

d) $a : a + a \cdot a =$

$[0, 1, 1, 1 + a^2]$

21. Fasse soweit wie möglich zusammen !

a) $36p^3 : 4p - 22p : 4 + 3p^4 : 0.25p^2 - 3.5p \cdot 3p =$

b) $48a^2b : 6a + 56a^2b : 8b - 42a^3b : (3ab) + 64a^2b^2 : (16ab) =$

 $[10.5p^2 - 5.5p, -7a^2 + 12ab]$