Lösungen Gleichungen II

1. Bestimme die Lösungen der Gleichungen in $\mathbf{Q}$. Gib Dein Ergebnis in der Form $\mathbf{L} = \{\ldots\}$ an.

   a) $\frac{3+x}{x-2} = \frac{2x+1}{2x-4}$ $[\mathbf{L} = \{\}]$

   b) $\frac{1}{x} + 2 = \frac{9}{x}$ $[\mathbf{L} = \{4\}]$

   c) $\frac{3(x+2)}{x+8} = \frac{2(x+3)}{x+8}$ $[\mathbf{L} = \{0\}]$

   d) $\frac{x-7}{x-13} = \frac{x-1}{x+2}$ $[\mathbf{L} = \{3\}]$

   e) $\frac{x-6}{x} = \frac{x}{x+10}$ $[\mathbf{L} = \{15\}]$

2. Bei welchen der untenstehenden Bruchgleichungen ist $x = -2$ eine Lösung ?

   a) $\frac{1}{(x+2)(x-3)} = \frac{1}{(x+2)(x+4)}$ [nein]

   b) $\frac{x-4}{14+x} = \frac{x-2}{x+10}$ [ja]

3. Bei der untenstehenden Bruchgleichung geraten wir in eine Sackgasse, wenn wir mit der bisher gelernten Methode verfahren. Gibt es einen anderen Weg, der es uns ermöglicht, Gleichung zu lösen ? Probiere Deine Idee aus ! Die Lösung der Gleichung lautet $x = -5/3$

$$\begin{aligned}
\frac{2x+19}{x+2} &= \frac{47}{3x+6} \mid \cdot (x+2) \\
2x+19 &= \frac{47(x+2)}{3x+6} \mid \cdot (3x+6) \\
(2x+19)(3x+6) &= 47(x+2) \\
6x^2+12x+57x+54 &= 47x+94 \\
6x^2+69x+54 &= 47x+94 \\
6x^2+22x &= 40
\end{aligned}$$

   - Idee: Nicht mit den einzelnen Nennern multiplizieren, sondern mit dem kgV der Nenner:

$$\begin{aligned}
\frac{2x+19}{x+2} &= \frac{47}{3x+6} \\
\frac{2x+19}{x+2} &= \frac{47}{3(x+2)} \mid kgV(x+2, 3(x+2)) = 3(x+2) \\
\frac{3(2x+19)}{3(x+2)} &= \frac{47}{3(x+2)} \mid \cdot 3(x+2) \\
3(2x+19) &= 47 \\
6x+57 &= 47 \\
6x &= -10 \\
\underline{\underline{x}} &= \frac{-10}{6} = \underline{\underline{-\frac{5}{3}}} \quad \checkmark
\end{aligned}$$

4. Bestimme die Lösung der folgenden Gleichungen in $\mathbf{Q}$.

a)

$$\begin{aligned}
\frac{x-7}{6x+6} &= \frac{x+7}{8x+8} \\
\frac{x-7}{6(x+1)} &= \frac{x+7}{8(x+1)} \mid \text{kgv:}24(x+1) \\
\frac{4(x-7)}{24(x+1)} &= \frac{3(x+7)}{24(x+1)} \\
4(x-7) &= 3(x+7) \\
4x-28 &= 3x+21 \\
x &= 49 \\
K: \frac{42}{300} &= \frac{56}{400} \quad \checkmark \\
\underline{\underline{\mathbf{L}}} = \underline{\underline{\{49\}}}
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
\frac{x-2}{x^2-x} &= \frac{x}{x^2-1} \\
\frac{x-2}{x(x-1)} &= \frac{x}{(x+1)(x-1)} \mid \text{kgV:}x(x+1)(x-1) \\
\frac{(x-2)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} &= \frac{x^2}{x(x+1)(x-1)} \\
x^2-x-2 &= x^2 \\
-x-2 &= 0 \\
x &= -2 \\
K: \frac{-4}{6} &= \frac{-2}{3} \quad \checkmark \\
\underline{\underline{\mathbf{L}}} &= \underline{\underline{\{-2\}}}
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
\frac{x-1}{x+1} - \frac{2x-1}{2x+2} &= \frac{4x-1}{4x+4} \\
\frac{x-1}{x+1} - \frac{2x-1}{2(x+1)} &= \frac{4x-1}{4(x+1)} \mid \text{kgV:}4(x+1) \\
\frac{4(x-1)}{4(x+1)} - \frac{2(2x-1)}{4(x+1)} &= \frac{4x-1}{4(x+1)} \\
4(x-1)-2(2x-1) &= 4x-1 \\
4x-4-4x+2 &= 4x-1 \\
-4+2 &= 4x-1 \\
4x &= -1 \\
x &= -\frac{1}{4} \\
K: \frac{-5}{3}+1 &= -\frac{2}{3} \quad \checkmark \\
\underline{\underline{\mathbf{L}}} &= \underline{\underline{\{-1/4\}}}
\end{aligned}$$

d)

$$
\begin{aligned}
\frac{z-3}{z-2}+\frac{z}{5z-10} &= \frac{4}{5} \\
\frac{z-3}{z-2}+\frac{z}{5(z-2)} &= \frac{4}{5} \quad |\ \text{kgV:}5(z-2) \\
\frac{5(z-3)}{5(z-2)}+\frac{z}{5(z-2)} &= \frac{4(z-2)}{5(z-2)} \\
5(z-3)+z &= 4(z-2) \\
5z-15+z &= 4z-8 \\
2z &= 7 \\
z &= 7/2 \\
K: \frac{1}{3}+\frac{7}{15} &= \frac{4}{5} \quad \checkmark \\
\underline{\underline{\mathbf{L}}} &= \underline{\underline{\{7/2\}}}
\end{aligned}
$$

e) $\dfrac{x+3}{x-2}-\dfrac{x+2}{x-3}=\dfrac{x-5}{x^2-5x+6}$ [**L** = {0}] f) $\dfrac{5}{2t^2+3t}+\dfrac{6}{2t+3}-\dfrac{7}{t}=0$ [**L** = {-2}]

5. Bestimme die Lösungen der folgenden Gleichungen in **Q**.

a)

$$
\begin{aligned}
\frac{1-\frac{2}{x}}{2+\frac{2}{x}}-\frac{1-\frac{3}{x}}{3+\frac{3}{x}} &= \frac{1-\frac{4}{x}}{4+\frac{4}{x}} \\
\frac{\frac{x-2}{x}}{\frac{2x+2}{x}}-\frac{\frac{x-3}{x}}{\frac{3x+3}{x}} &= \frac{\frac{x-4}{x}}{\frac{4x+4}{x}} \\
\frac{x(x-2)}{x(2x+2)}-\frac{x(x-3)}{x(3x+3)} &= \frac{x(x-4)}{x(4x+4)} \\
\frac{x-2}{2x+2}-\frac{x-3}{3x+3} &= \frac{x-4}{4x+4} \\
\frac{x-2}{2(x+1)}-\frac{x-3}{3(x+1)} &= \frac{x-4}{4(x+1)} \\
\frac{6(x-2)}{12(x+1)}-\frac{4(x-3)}{12(x+1)} &= \frac{3(x-4)}{12(x+1)} \\
6(x-2)-4(x-3) &= 3(x-4) \\
6x-12-4x-12 &= 3x-12 \\
2x-24 &= 3x-12 \\
-x &= 12 \\
\underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{-12}}
\end{aligned}
$$

b) $\dfrac{\frac{1}{4}x+1}{1-\frac{1}{2}x}-\dfrac{\frac{3}{2}}{2-x}=\dfrac{1}{4}$ [**L** = {1/4}] c) $\dfrac{1}{1+\frac{1}{w}}=\dfrac{1+\frac{1}{w}}{1-\frac{1}{w}}$ [**L** = {-1/3}]

6. Löse die folgenden Bruchgleichungen jeweils nach allen Variablen auf.

a)

$$\begin{aligned} \frac{1}{g}+\frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \\ \frac{bf}{bfg}+\frac{fg}{bfg} &= \frac{bg}{bfg} \\ bf+fg &= bg\ (*) \end{aligned}$$

Wir haben die Grundgleichung (keine Brüche, keine Klammern) erreicht und Kennzeichnen sie mit einem *. Bei den folgenden Schritten gehen wir immer von ihr aus.

- nach b:

$$\begin{aligned} bf-bg &= -fg \\ b(f-g) &= -fg \\ \underline{\underline{b}} &= \underline{\underline{-\frac{fg}{f-g}}} \end{aligned}$$

- nach f:

$$\begin{aligned} f(b+g) &= bg \\ \underline{\underline{f}} &= \underline{\underline{\frac{bg}{b+g}}} \end{aligned}$$

- nach g:

$$\begin{aligned} fg-bg &= bf \\ g(f-b) &= bf \\ \underline{\underline{g}} &= \underline{\underline{\frac{bf}{f-g}}} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \\ \frac{R_1R_2R_3}{RR_1R_2R_3} &= \frac{RR_2R_3}{RR_1R_2R_3}+\frac{RR_1R_3}{RR_1R_2R_3}+\frac{R_3}{RR_1R_2R_3} \\ R_1R_2R_3 &= RR_2R_3+RR_1R_3+RR_1R_2\ (*) \end{aligned}$$

- nach R:

$$\begin{aligned} RR_2R_3+RR_1R_3+RR_1R_2 &= R_1R_2R_3 \\ R(R_2R_3+R_1R_3+R_1R_2) &= R_1R_2R_3 \\ \underline{\underline{R}} &= \underline{\underline{\frac{R_1R_2R_3}{R_2R_3+R_1R_3+R_1R_2}}} \end{aligned}$$

- nach R_1:

$$\begin{aligned} R_1R_2R_3-RR_1R_3-RR_1R_2 &= RR_2R_3 \\ R_1(R_2R_3-RR_3-RR_2) &= RR_2R_3 \\ \underline{\underline{R_1}} &= \underline{\underline{\frac{RR_2R_3}{R_2R_3-RR_3-RR_2}}} \end{aligned}$$

- nach R_2:

$$\begin{aligned} R_1R_2R_3 - RR_2R_3 - RR_1R_2 &= RR_1R_3 \\ R_2(R_1R_3 - RR_3 - RR_1) &= RR_1R_3 \\ \underline{\underline{R_2}} &= \underline{\underline{\frac{RR_1R_3}{R_1R_3 - RR_3 - RR_1}}} \end{aligned}$$

- nach R_3:

$$\begin{aligned} R_1R_2R_3 - RR_2R_3 - RR_1R_3 &= RR_1R_2 \\ R_3(R_1R_2 - RR_2 - RR_1) &= RR_1R_2 \\ \underline{\underline{R_3}} &= \underline{\underline{\frac{RR_1R_2}{R_1R_2 - RR_2 - RR_1}}} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \\ \frac{1}{f} &= (n-1)\left(\frac{r_2 + r_1}{r_1r_2}\right) \\ \frac{1}{f} &= \frac{(n-1)(r_1 + r_2)}{r_1r_2} \\ r_1r_2 &= f(n-1)(r_1 + r_2) \\ r_1r_2 &= (fn - f)(r_2 + r_1) \\ r_1r_2 &= fnr_2 + fnr_1 - fr_2 - fr_1 \;\; (*) \end{aligned}$$

- nach f:

$$\begin{aligned} fnr_2 + fnr_1 - fr_2 - fr_1 &= r_1r_2 \\ f(nr_2 + nr_1 - r_2 - r_1) &= r_1r_2 \\ \underline{\underline{f}} &= \underline{\underline{\frac{r_1r_2}{nr_2 + nr_1 - r_2 - r_1}}} \end{aligned}$$

- nach n:

$$\begin{aligned} r_1r_2 + fr_2 + fr_1 &= fnr_2 + fnr_1 \\ fnr_2 + fnr_1 &= r_1r_2 + fr_2 + fr_1 \\ n(fr_2 + fr_1) &= r_1r_2 + fr_2 + fr_1 \\ \underline{\underline{n}} &= \underline{\underline{\frac{r_1r_2 + fr_2 + fr_1}{fr_2 + fr_1}}} \end{aligned}$$

- nach r_1:

$$\begin{aligned} r_1r_2 - fnr_1 + fr_1 &= fnr_2 - fr_2 \\ r_1(r_2 - fn + f) &= fnr_2 - fr_2 \\ \underline{\underline{r_1}} &= \underline{\underline{\frac{fnr_2 - fr_2}{r_2 - fn + f}}} \end{aligned}$$

- nach r_2:

$$\begin{aligned}
r_1r_2 &= fnr_1 - fr_1 \\
r_1r_2 - fnr_2 + fr_2 &= fnr_1 - fr_1 \\
r_2(r_1 - fn + f) &= fnr_1 - fr_1 \\
\underline{\underline{r_2}} &= \underline{\underline{\frac{fnr_1 - fr_1}{r_1 - fn + f}}}
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
C &= 4\pi\varepsilon \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a}\right)} \\
C &= 4\pi\varepsilon \cdot \frac{1}{\left(\frac{r_a - r_i}{r_i r_a}\right)} \\
C &= 4\pi\varepsilon \cdot \frac{r_i r_a}{r_a - r_i} \\
C(r_a - r_i) &= 4\pi\varepsilon r_i r_a \\
Cr_a - Cr_i &= 4\pi\varepsilon r_i r_a \ (*)
\end{aligned}$$

- Nach r_a:

$$\begin{aligned}
Cr_a - 4\pi\varepsilon r_i r_a &= Cr_i \\
r_a(C - 4\pi\varepsilon r_i) &= Cr_i \\
\underline{\underline{r_a}} &= \underline{\underline{\frac{Cr_i}{C - 4\pi\varepsilon r_i}}}
\end{aligned}$$

- Nach r_i:

$$\begin{aligned}
-Cr_i - 4\pi\varepsilon r_i r_a &= -Cr_a \\
Cr_i + 4\pi\varepsilon r_i r_a &= Cr_a \\
r_i(C + 4\pi\varepsilon r_a) &= Cr_a \\
\underline{\underline{r_i}} &= \underline{\underline{\frac{Cr_a}{C + 4\pi\varepsilon r_a}}}
\end{aligned}$$

7. (Zusatzaufgaben) Zu (a): Löse nach u und v auf. Zu (b): Löse nach t' auf.

a)

$$\begin{aligned}
u' &= \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \\
u'\left(1 - \frac{uv}{c^2}\right) &= u - v \\
u' - \frac{u'uv}{c^2} &= u - v \\
u'c^2 - u'uv &= c^2(u - v) \\
c^2u' - u'uv &= c^2u - c^2v \ (*)
\end{aligned}$$

- Nach u:

$$\begin{aligned}
-u'uv-c^2u &= -c^2v-c^2u' \\
u(-u'v-c^2) &= -c^2v-c^2u' \\
\underline{\underline{u}} &= \underline{\underline{\frac{-c^2v-c^2u'}{-u'v-c^2}}}
\end{aligned}$$

- Nach v:

$$\begin{aligned}
c^2u'-u'uv &= c^2u-c^2v \ (*) \\
-u'uv+c^2v &= c^2u-c^2u' \\
c^2v-u'uv &= c^2u-c^2u' \\
v(c^2-u'u) &= c^2u-c^2u' \\
\underline{\underline{v}} &= \underline{\underline{\frac{c^2u-c^2u'}{c^2-u'u}}}
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
t' &= \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\left(t-\frac{v}{c^2}x\right) \\
t'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} &= \left(t-\frac{v}{c^2}x\right) \\
t'^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) &= \left(t-\frac{v}{c^2}x\right)^2 \\
t'^2-\frac{t'^2v^2}{c^2} &= t^2-\frac{2tv^2x^2}{c^2}+\frac{v^2x^2}{c^4} \\
c^4t'^2-c^2t'^2v^2 &= c^4t^2-2c^2tvx+v^2x^2 \\
t'^2(c^4-c^2v^2) &= c^4t^2-2c^2tvx+v^2x^2 \\
t'^2 &= \frac{c^4t^2-2c^2tvx+v^2x^2}{c^4-c^2v^2} \\
\underline{\underline{t'}} &= \sqrt{\frac{c^4t^2-2c^2tvx+v^2x^2}{c^4-c^2v^2}} \\
&= \sqrt{\frac{(c^2t-vx)^2}{c^4-c^2v^2}} \\
&= \underline{\underline{\frac{c^2t-vx}{\sqrt{c^4-c^2v^2}}}}
\end{aligned}$$

8. Finde die Lösung(en) der folgenden Gleichungen in **Q**.

a) $7777(2x-37)=0$ [$\mathbf{L}=\{18.5\}$] b) $1234(444-10x)=0$ [$\mathbf{L}=\{44.4\}$]

c) $x(12x+96)=0$ [$\mathbf{L}=\{-8,0\}$] d) $35x(7x+91)=0$ [$\mathbf{L}=\{-13,0\}$]

9. Finde die Lösung(en) der folgenden Gleichungen in **Q**.

a) $(x-6)(2x+9)=0$ [$\mathbf{L}=\{-4.5,6\}$]
b) $(5x-2)(4x+3)=0$ [$\mathbf{L}=\{0.4,0.75\}$]
c) $(120-8x)(12+8x)=0$ [$\mathbf{L}=\{-1.5,15\}$]
d) $(x+2.5)(5x-2)=0$ [$\mathbf{L}=\{-2.5,0.4\}$]
e) $x(x-9)(2x+13)(3x-15)=0$ [$\mathbf{L}=\{-6.5,0,5,9\}$]
f) $(5x+7)(6x-90)(9x+60)=0$ [$\mathbf{L}=\{-6.\overline{6},-1.4,15\}$]
g) $(4x+3+7x)(15-7x-1)=0$ [$\mathbf{L}=\{-3/11,2\}$]
h) $x(3x+17-20x)(25+7x+3)=0$ [$\mathbf{L}=\{-4,0,1\}$]

10. Finde die Lösung(en) der folgenden Gleichungen in $\mathbf{Q}$.

a) $x^2+4x+4=0$ [$\mathbf{L}=\{-2\}$]
b) $x^2+9x+20=0$ [$\mathbf{L}=\{-4,-5\}$]
c) $x^2-9=0$ [$\mathbf{L}=\{-3,3\}$]
d) x^2-2x+1 [$\mathbf{L}=\{1\}$]
e) $x^2-5x+6=0$ [$\mathbf{L}=\{2,3\}$]
f) $x^2-9x+20=0$ [$\mathbf{L}=\{4,5\}$]
g) $x^2-x-20=0$ [$\mathbf{L}=\{-4,5\}$]
h) $x^2-5x-24=0$ [$\mathbf{L}=\{-3,8\}$]
i) $x^2-2x=63$ [$\mathbf{L}=\{-7,9\}$]
j) $x^2=5x+14$ [$\mathbf{L}=\{-2,7\}$]

11. Finde die Lösung(en) der folgenden Gleichung in $\mathbf{Q}$.

a) $|x|=4$ [$\mathbf{L}=\{\pm 2\}$]

b) $0.5x+6=|x|$
- 1.Fall:
  - $x\geq 0 \Rightarrow |x|=x$
  - $0.5x+6=x \Rightarrow -0.5x=-6 \Rightarrow x=12$
  - $12>0$ ✓, also ist 12 eine Lösung
  - Kontrolle: $0.5\cdot 12+6=|12|$ ✓
- 2.Fall:
  - $x<0 \Rightarrow |x|=-x$
  - $0.5x+6=-x \Rightarrow 1.5x=-6 \Rightarrow x=-4$
  - $-4<0 \Rightarrow$, also ist -4 eine Lösung
  - Kontrolle: $0.5\cdot -4+6=|-4|$ ✓
- Insgesamt: $\underline{\underline{\mathbf{L}=\{-4,12\}}}$

c) $|x|=x+9$
- 1.Fall:
  - $x\geq 0 \Rightarrow |x|=x$
  - $x=x+9 \Rightarrow 0=9 \Rightarrow$ keine Lösung
- 2.Fall:
  - $x<0 \Rightarrow |x|=-x$
  - $-x=x+9 \Rightarrow 2x=9 \Rightarrow x=4.5$
  - $4.5>0 \Rightarrow$ <u>Lösung $x=4.5$ ist ungültig</u>
  - Kontrolle: $|4.5|\neq 4.5+9$, $x=4.5$ ist tatsächlich ungültig
- Insgesamt: $\underline{\underline{\mathbf{L}=\{\}}}$

d) $x+3|x|=50$
- 1.Fall:
  - $x\geq 0 \Rightarrow |x|=x$
  - $x+3x=50 \Rightarrow 4x=50 \Rightarrow x=12.5$
  - $12.5\geq 0$, <u>die Lösung $x=12.5$ ist gültig</u>
  - Kontrolle: $12.5+3|12.5|=12.5+3\cdot 12.5=50$ ✓
- 2.Fall:

- $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$
- $x + 3(-x) = 50 \Rightarrow -2x = 50 \Rightarrow x = -25$
- $-25 < 0 \Rightarrow$ $\underline{\text{Lösung } x = -25 \text{ ist gültig}}$
- $-25 + 3|-25| = -25 + 3 \cdot 25 = 50 \quad \checkmark$

* Insgesamt: $\underline{\underline{\mathbf{L} = \{-25, 12.5\}}}$

e) $8x + 7 = 2|x|$

* 1.Fall:
  - $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$
  - $8x + 7 = 2x \Rightarrow 6x = -7 \Rightarrow x = -7/6$
  - $-7/6 \not\geq 0$, $\underline{\text{die Lösung } x = -7/6 \text{ ist ungültig}}$
  - Kontrolle:
    * Links: $8 \cdot -7/6 + 7 = -56/6 + 42/6 = -14/6$
    * Rechts: $2 \cdot 7/6 = 14/6$
    * Verschiedenen Resultate, damit ist $x = -7/6$ tatsächlich ungültig
* 2.Fall:
  - $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$
  - $8x + 7 = -2x \Rightarrow 10x = -7 \Rightarrow x = -7/10$
  - $-7/10 < 0$, $\underline{\text{die Lösung } x = -7/10 \text{ ist gültig}}$
  - Kontrolle:
    * Links: $8 \cdot -7/10 + 7 = -56/10 + 70/10 = 14/10$
    * Rechts: $2 \cdot 7/10 = 14/10$
    * Gleiche Resultate, damit ist $x = -7/10$ tatsächlich gültig
* Insgesamt: $\underline{\underline{\mathbf{L} = \{-7/10\}}}$

f) $4|x| + 15 = x$

* 1.Fall:
  - $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$
  - $4x + 15 = x \Rightarrow 3x = -15 \Rightarrow x = -5$
  - $-5 \not\geq 0$, $\underline{\text{die Lösung } x = -5 \text{ ist ungültig}}$
  - Kontrolle: $4 \cdot 5 + 15 = 35 \neq -5$
* 2.Fall:
  - $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$
  - $4(-x) + 15 = x \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3$
  - $3 \not< 0$, $\underline{\text{die Lösung } x = 3 \text{ ist ungültig}}$
  - Kontrolle: $4 \cdot 3 + 15 = 27 \neq 3$
* Insgesamt: $\underline{\underline{\mathbf{L} = \{\}}}$

g) $5(|x| - 8) = 3(x + 16)$

* 1.Fall:
  - $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$
  - $5(x - 8) = 3(x + 16) \Rightarrow 5x - 40 = 3x + 48 \Rightarrow 2x = 88 \Rightarrow x = 44$
  - $44 \geq 0$, $\underline{\text{die Lösung } x = 44 \text{ ist gültig}}$
  - Kontrolle:
    * links: $5(44 - 8) = 5 \cdot 36 = 180$
    * rechts: $3(44 + 16) = 180$
    * Wir erhalten auf der linken und rechten Seite das Gleiche, also ist die Lösung gültig.
* 2.Fall:

  - $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$
  - $5(-x-8) = 3(x+16) \Rightarrow -5x-40 = 3x+48 \Rightarrow -8x = 88 \Rightarrow x = -11$
  - $-11 < 0$, <u>die Lösung $x = -11$ ist gültig</u>
  - Kontrolle:
    * links: $5(11-8) = 5 \cdot 3 = 15$
    * rechts: $3(-11+16) = 3 \cdot 5 = 15$
    * Wir erhalten auf der linken und rechten Seite das Gleiche, also ist die Lösung gültig.
- Insgesamt: $\underline{\underline{\mathbf{L} = \{-11, 44\}}}$

h) $(|x|-3)(|x|+2) = 0$

- Wir sind in der Situation „etwas mal etwas “gibt 0 (math.: $a \cdot b = 0$). Dann muss einer der Faktoren 0 sein.
- 1.Fall: $|x| - 3 = 0 \Rightarrow |x| = 3 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3$
- 2.Fall: $|x| + 2 = 0 \Rightarrow |x| = -2 \Rightarrow$ keine Lösung
- Insgesamt: $\underline{\underline{\mathbf{L} = \{\pm 3\}}}$

i) $(x - |x|)(5 - |x|) = 0$

- 1.Fall: $x - |x| = 0$
  - Fall 1.1:
    * $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$
    * $x - x = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow L_{1.1} = \mathbf{R}_0^+$ (Weil nur die positiven reellen Zahlen mit der 0 zugelassen sind)
  - Fall 1.2:
    * $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$
    * $x - (-x) = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$
    * $x \not< 0 \Rightarrow$ Lösung liegt ausserhalb **des gewählten Bereichs**, deshalb: $\mathbf{L}_{1.2} = \{\}$
- 2.Fall: $5 - |x| = 0 \Rightarrow |x| = 5 \Rightarrow x = \pm 5$
- Insgesamt: $\underline{\underline{L = \mathbf{R}_0^+ \cup \{-5\}}}$