

1.1 Rechnen mit Termen

(Thema aus dem Bereich Algebra)

Inhaltsverzeichnis

1 Variablen	2
2 Terme	2
2.1 Definition des Begriffs	2
2.2 Vorzeichen von Termen	2
3 Einsetzen von konkreten Werten in die Variablen	3
4 Die Schreibweise $T(x, \dots)$ von Termen	3
5 Addition und Subtraktion von Termen	4
5.1 Addition und Subtraktion von gleichen Termen	4
5.2 Addition und Subtraktion von verschiedenen Termen	4
6 Klammern	5
6.1 Zahlen in Klammern	5
6.2 eine Klammer auflösen	5
6.3 mehrere Klammern auflösen	6
7 Vorzeichen bei der Multiplikation	7
8 Der Begriff Potenz	7
9 Potenzen mit natürlichen Exponenten	8
10 Multiplikation mit gemischten Termen	8
11 Vorzeichen bei der Division	9

12 Division mit verschiedenen Termen	9
13 Klammer vor Punkt vor Strich	10

1 Variablen

Eine Variable ist ein Platzhalter für eine Zahl. Wir können eine Zahl an Stelle der Variable einsetzen. Wir müssen dabei immer angeben, welche Zahlen für die Variable eingesetzt werden dürfen. Beispiele dazu:

- Wir haben die Variable a , mit $a \in \mathbf{Q}$. Es darf eine beliebige rationale Zahl für die Variable eingesetzt werden.
- Wir haben die Variable x , mit $x \in \mathbf{Z}$. Es darf eine beliebige ganze Zahl für die Variable eingesetzt werden, aber kein echter Bruch !

2 Terme

2.1 Definition des Begriffs

Definition 1

Es dürfen aber keine Gleichheitszeichen und Ungleichheitszeichen vorkommen, denn dann hätten wir bereits Gleichungen und Ungleichungen.

1. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch ?
 - a) $45ab^2$ ist ein Term
 - b) $a^2b^2 + 3ab$ ist kein Term
 - c) $3 = 7$ ist ein Term
 - d) $4ab \leq 5$ ist kein Term

2.2 Vorzeichen von Termen

Ein Term hat entweder ein $+$ oder ein $-$ als Vorzeichen. Das Vorzeichen $+$ wird in der Regel weggelassen, d.h. $+2x$ ist einfach $2x$. Häufig treten $-$ und/oder $+$ nacheinander auf. Man kann sie durch eines ersetzen, gemäss der folgenden Tafel:

2. Forme so um, dass im Endergebnis nur eine Zahl steht und keine Klammer vorkommt.

a) $(+16)+(-24)+(-31)=$

c) $(+33)+(+106)+(-92)=$

e) $(+4)-(-3)=$

g) $(-3)+(-5)=$

i) $(+48)-(+26)=$

b) $(-27)+(-48)+(+51)=$

d) $(-58)+(+83)+(-49)=$

f) $(-2)-(-6)=$

h) $0-(-7)=$

j) $(-27)-(+34)=$

3 Einsetzen von konkreten Werten in die Variablen

Wir wissen, dass eine Variable ein Platzhalter für eine rationale Zahl ist. Wir wollen nun konkrete Werte für die Variablen einsetzen. Wenn wir den Term $3x + 2y$ haben und $x = 3, y = 4$ gilt, dann hat der Term den Wert: $3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 9 + 8 = 17$.

Beispiel:

3. Setze in den folgenden Aufgaben für $a = 3, b = 2$ und $x = \frac{1}{2}$.

a) $4a + 5b + 6a - 3b =$

b) $2a + b + x =$

4. Setze ein und fasse soweit wie möglich zusammen.

a) $x + y$ wobei $x = 2a + b$ und $a + 3b$

b) $u + v$ wobei $u = m + 5n + p$ und $v = 2m + 4p$

4 Die Schreibweise $T(x, \dots)$ von Termen

Gegeben ist der Term $3x + 4y$. Dieser Term hat die zwei Variablen x und y . Wir können nun schreiben: $T(x, y) = 3x + 4y$. T steht für Term, x, y steht für die Variablen x und y , die im Term $3x + 4y$ vorkommen. Wenn $x = 4$ und $y = 3$ gilt, dann schreiben wir: $T(4, 3)$. Wir können nun $T(4, 3)$ berechnen: $T(4, 3) = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = 12 + 12 = 24$.

Beispiele:

5. a) $T(x) = 2x - 3$; Berechne $T(2)$!
b) $T(y) = 3y^2 + y - 4$; Berechne $T(2)$!
c) $T(x; y) = 2x - y + 7$; Berechne $T(4; 1)$!

5 Addition und Subtraktion von Termen

5.1 Addition und Subtraktion von gleichen Termen

Definition 2

Beispiele:

5.2 Addition und Subtraktion von verschiedenen Termen

6. Schreibe anstelle folgender Summen Produkte !

a) $4+4+4+4+4 =$

b) $ab+ab+ab+ab+ab+ab+ab =$

c) $P+P+P+\dots+P$ (n-mal) =

d) $-3-3-3-3-3 =$

e) $-x^2-x^2-x^2-x^2-x^2-x^2-x^2-x^2 =$

f) $-xyz-xyz-xyz-xyz =$

7. Fasse soweit wie möglich zusammen.

a) $13b + 8b =$

b) $13b - 8b =$

c) $9r + 4r + 7r =$

d) $17s - 8s + 5s =$

e) $u + 2u + 3u - 4u =$

f) $2.9u - 1.4u + 0.5u =$

8. Fasse soweit wie möglich zusammen.

a) $a + a + b + b + b + b =$

b) $x^2 + x^2 + 2x + 2x =$

c) $6p + 4p + 9q =$

d) $13k^2 + k^2 - 8k =$

e) $5ab + 4ac - ac =$

f) $5.04a + 3.6a - 2.5a^2 =$

6 Klammern

6.1 Zahlen in Klammern

Zuerst muss immer die Klammer ausgerechnet werden:

6.2 eine Klammer auflösen

Wenn wir eine Klammer auflösen wollen, müssen wir das Vorzeichen beachten. Es gibt zwei Fälle:

Beispiele:

6.3 mehrere Klammern auflösen

Wenn wir mehrere Klammern haben (runde, eckige, geschwungene) dann gilt die Regel: von innen nach aussen auflösen (zuerst die runden, dann die eckigen, dann die geschwungenen).

Beispiele:

9. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.
- | | |
|-------------------------------|--|
| a) $a + (8 + 9a) =$ | b) $2c + (3c + 6) =$ |
| c) $x + 7 + (2x + 5) =$ | d) $30x + (5x - 2y) =$ |
| e) $0.2a + (2b + 0.5a) - b =$ | f) $(2a - 2b) + (3a + 4b) + (5a - 6b) =$ |
10. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.
- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| a) $a + b - (a - b) =$ | b) $2a + 4b - (4a - 5b) =$ |
| c) $6a - 2b + 5c - (-7b + 4c) =$ | d) $(8.4a - 2.9x) - (7.3a - 12.5x) =$ |
11. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.
- | | |
|------------------------------|--|
| a) $-20x^3 - (5x^3 + x^2) =$ | b) $4x^2 - (2x^2 - 4x + 1) =$ |
| c) $895ab^2 - (-277ab^2) =$ | d) $4a^4 + 2a^3 + a^2 - (3a^3 + 5a^2 + a - 7) =$ |
12. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.
- | |
|--|
| a) $25a - [36b - (19a - 11b) - 12a] =$ |
| b) $a + b + c + d - [(d + a) - (b + c - a)] =$ |
| c) $24a - [(13a - 8b + 2c) - (9a + 12b - 3c)] =$ |
| d) $37a + [22b - (17c + 12b - 11a) + 25c] - [18a - (7b - 3c)] =$ |
13. Forme so um, dass im Endergebnis keine Klammern vorkommen und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.
- | |
|---|
| a) $55m^2 - 33n^2 - [-(72n^2 - 14m^2) + (3m^2 - 19n^2) - (58m^2 - n^2)] =$ |
| b) $501x^3 - [305x^3 - (250x^2 - 109x) - 43x^3] - (150x^2 - 109x) =$ |
| c) $45m^3 - (12m^2 + 3m - 1) - [45m^3 - (5m^2 + 10m - 1) + (9m^2 - 16m - 3)] - 24m^2 =$ |

7 Vorzeichen bei der Multiplikation

- $(+x) \cdot (+y) = +xy$
- $(+x) \cdot (-y) = -xy$
- $(-x) \cdot (+y) = -xy$
- $(-x) \cdot (-y) = +xy$

Wenn wir mehr als zwei Vorzeichen haben, gilt die Regel:

- Gerade Anzahl Minuszeichen: +
- Ungerade Anzahl Minuszeichen: -

Beispiele:

14. Forme so um, dass das Endergebnis keine Klammern enthält und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $9 \cdot (-5x) =$

b) $4b \cdot (-d) =$

c) $(-5x) \cdot (-3y) =$

d) $(-ab) \cdot (-c) =$

e) $(-1)^{101} =$

f) $(-a)^5 =$

8 Der Begriff Potenz

Definition 3 Eine Potenz ist ein Term, der folgende Form hat: a^b , wobei a und b Terme sind. Wir nennen a die **Basis** und b den **Exponenten** der Potenz.

Bemerkung: Der Term 0^0 ist nicht definiert, d.h. diesem Ausdruck wird kein Wert zugeordnet (wie z.B. 1 oder 0)

15. Bestimme Basis und Exponent der folgenden Potenzen !

a) a^c

b) $(a+b)^{(c+d)}$

c) a^{-b}

d) $(-b)^{(c+d)}$

9 Potenzen mit natürlichen Exponenten

Definition 4 Die Multiplikation von gleichen Termen x wird folgendermassen zusammengefasst:

Bemerkung: Es ist wichtig zu sehen, dass x ein Term ist. Für x kann man zum Beispiel einsetzen: $a, b, c^2, a + 2b$ oder $b + 3c^3$.

16. Forme zu einer Potenz um, d.h zu einem Ausdruck der Form a^b .

a) $3 \cdot 3 =$

b) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$

c) $(-3)(-3)(-3) =$

d) $a \cdot a \cdot a \cdot a =$

e) $ab \cdot ab \cdot ab$

f) $abc \cdot abc \cdot abc \cdot abc \cdot abc$

10 Multiplikation mit gemischten Termen

Die Multiplikation mit gemischten Termen lässt mit Hilfe des Kommutativgesetzes auf bereits betrachtete Fälle zurückführen, deshalb wurde sie nirgends definiert.

Beispiele:

17. Forme so um, dass das Endergebnis keine Klammern enthält und es sich nicht mehr weiter zusammenfassen lässt.

a) $x \cdot xy =$

b) $5p \cdot 4p =$

c) $5ax \cdot 3ax \cdot ax =$

d) $12mp \cdot m =$

e) $(4a)^2 =$

f) $(2acd)^4 =$

g) $(3a)^2 \cdot 5a^3 =$

h) $(ab)^2 \cdot c^3 \cdot a^2 \cdot (bc)^3 =$

i) $(-m)^2 =$

j) $(-a)^5 =$

k) $(-2ab)^2 =$

l) $(-2cd)^3 =$

$$\text{m) } 20ab + \left(-\frac{1}{2}b\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}c\right) - \left(+\frac{2}{3}c\right) \cdot \left(+\frac{3}{4}b\right) - (-2a) \cdot \left(+\frac{1}{2}b\right) =$$

$$\text{n) } 20ab - \left(+\frac{1}{2}b\right) \cdot \left(+\frac{4}{3}c\right) + \left(-\frac{2}{3}c\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}b\right) + (+2a) \cdot \left(-\frac{1}{2}b\right) =$$

11 Vorzeichen bei der Division

- $(+x) : (+y) = +(x : y)$
- $(+x) : (-y) = -(x : y)$
- $(-x) : (+y) = -(x : y)$
- $(-x) : (-y) = +(x : y)$

18. Berechne ohne Taschenrechner.

a) $(+39) : (+13) =$

b) $(-39) : (+13) =$

c) $(+39) : (-13) =$

d) $(-39) : (-13) =$

12 Division mit verschiedenen Termen

Terme der Form $x : y$, welche nicht die gleiche Basis oder Potenz haben, schreibt man am einfachsten in Bruchform.

Beispiele

19. Fasse soweit wie möglich zusammen.

a) $ab : a =$

b) $3xy : x =$

c) $a^2 : a =$

d) $5pq^2 : q =$

e) $6a : 2a =$

f) $x^2 : x^2 =$

g) $8a^5 : a^3 =$

i) $\frac{27x^3y}{3x^2}$

k) $(-42x) : (-7x) =$

m) $(+216p^3) : (+27p) =$

h) $ab : (ac) =$

j) $\frac{8uv}{16v^2}$

l) $(+52a^2) : (-13a) =$

n) $(-355cd) : (15d) =$

13 Klammer vor Punkt vor Strich

Es können Ausdrücke mit verschiedenen Operationen (+, -, ·, :) vorkommen. Dann gilt: Punktrechnung (:, ·) vor Strichrechnung (+, -). Wenn auch noch Klammern dazukommen, dann gilt: **Klammer vor Punkt vor Strich**.

Beispiele:

20. Fasse soweit wie möglich zusammen !

a) $36p^3 : 4p - 22p : 4 + 3p^4 : 0.25p^2 - 3.5p \cdot 3p =$

b) $48a^2b : 6a + 56a^2b : 8b - 42a^3b : (3ab) + 64a^2b^2 : (16ab) =$

21. Fasse soweit wie möglich zusammen !

a) $a : b - a : b =$

b) $a : b \cdot b : a$

c) $a + a : a - a =$

d) $a : a + a \cdot a =$