

1.7 lineare Gleichungen und Ungleichungen mit 2 Unbekannten

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Gleichungen mit 2 Unbekannten	2
1.1	Was ist eine lineare Gleichung mit 2 Unbekannten ?	2
1.2	Was ist eine Lösung einer linearen Gleichung mit 2 Unbekannten ?	2
1.3	Wie finde ich eine Lösung einer linearen Gleichung mit 2 Unbekannten ?	2
1.4	Wie sieht die Lösungsmenge einer linearen Gleichung mit 2 Unbekannten graphisch aus ?	3
1.5	Die Lösung eines lin. Gleichungssystems mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten wird zeichnerisch ermittelt	3
2	Lineare Ungleichung mit 2 Unbekannten	4
3	Lineare Ungleichungssysteme	5

1 Lineare Gleichungen mit 2 Unbekannten

1.1 Was ist eine lineare Gleichung mit 2 Unbekannten ?

Wir betrachten die Gleichung

$$x + y = 2$$

Diese Gleichung heisst „lineare Gleichung mit 2 Unbekannten“. Linear, weil die beiden Unbekannten x und y den Exponenten 1 haben.

Eine lineare Gleichung mit 2 Unbekannten können wir allgemein folgendermassen notieren:

$$ax + by = c$$

Bemerkung

Ein lineares Gleichungssystem mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten besteht aus 2 linearen Gleichungen mit 2 Unbekannten.

1.2 Was ist eine Lösung einer linearen Gleichung mit 2 Unbekannten ?

Wir haben schon die Gleichung $2x = 4$ gelöst. Hier ist 2 eine Lösung, weil wenn wir 2 in die Gleichung einsetzen, erhalten wir links und rechts das Gleiche: $2 \cdot 2 = 4 \Rightarrow 4 = 4$.

Bei der Gleichung $2x + y = 4$ haben wir nun 2 Unbekannte. Wir müssen nun für x und für y eine Zahl einsetzen und schauen, ob es links und rechts das Gleiche gibt:

- – $x = 1$ und $y = 2$.
 - Einsetzen: $2 \cdot 1 + 2 = 4 \Rightarrow 2 + 2 = 4 \Rightarrow 4 = 4$.
 - Wir erhalten links und rechts das Gleiche, somit ist $x = 1$ und $y = 2$ eine Lösung der Gleichung.
- – $x = 2$ und $y = 2$.
 - Einsetzen: $2 \cdot 2 + 2 = 4 \Rightarrow 4 + 2 = 4 \Rightarrow 6 = 4$.
 - Wir erhalten links und rechts nicht das Gleiche, somit ist $x = 2$ und $y = 2$ keine Lösung der Gleichung.

1.3 Wie finde ich eine Lösung einer linearen Gleichung mit 2 Unbekannten ?

Gegeben ist die Gleichung $x + 3y = 5$. Wir können nun ganz einfach eine Lösung finden:

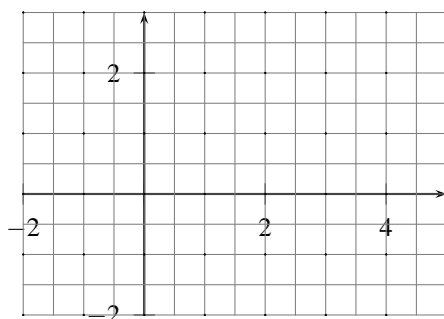
- Nimm für x irgendeinen Wert, z.B. 8.
- Setze den Wert in die Gleichung ein: $8 + 3y = 5$
- Löse die obige Gleichung nach y auf: $8 + 3y = 5 \Rightarrow 3y = -3 \Rightarrow y = -1$.
- Wir haben nun einen x - und einen y -Wert: $x = 8, y = -1$.

1.4 Wie sieht die Lösungsmenge einer linearen Gleichung mit 2 Unbekannten graphisch aus ?

Gegeben ist die Gleichung $2x + 4y = 6$. Wir berechnen nun 3 Lösungen:

	1.Lösung	2.Lösung	3.Lösung
x-Wert bestimmen	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$
Einsetzen:	$2 \cdot 1 + 4y = 6$	$2 \cdot 2 + 4y = 6$	$2 \cdot 3 + 4y = 6$
Ausrechnen:	$2 + 4y = 6$	$4 + 4y = 6$	$6 + 4y = 6$
nach y auflösen:	$4y = 4$	$4y = 2$	$4y = 0$
nach y auflösen:	$y = 1$	$y = 0.5$	$y = 0$
x- und y-Wert:	$x = 1, y = 1$	$x = 2, y = 0.5$	$x = 3, y = 0$

Wir zeichnen diese drei Werte in ein Koordinatensystem:



Beobachtung:

Übungen

- Gib ein Beispiel einer Gleichung, die nicht eine lineare Gleichung mit 2 Unbekannten ist, weil
 - die Anzahl der Unbekannten nicht stimmt.
 - die Linearität verletzt ist.
- Stelle die Lösungsmenge graphisch dar ! Bestimme nachher jeweils die ungefähre Steigung und die ungefähre Schnitthöhe mit der y-Achse. Gibt es einen Zusammenhang mit der Gleichung ?
 - $y = 4x + 5$
 - $3 = 2y - 6x$
 - $\frac{3}{4} = \frac{2x}{3} + \frac{y}{6}$
- Die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen sind Geraden. Zeichne diese Geraden in ein Koordinatensystem, ohne dass Du Punkte der Geraden berechnest.
 - $y = 4x + 5$
 - $3 = 2y - 6x$

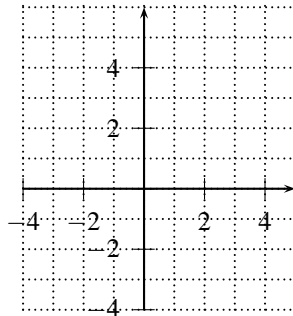
1.5 Die Lösung eines lin. Gleichungssystems mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten wird zeichnerisch ermittelt

Wir wollen die Gedanken aus dem oberen Abschnitt übertragen auf ein Gleichungssystem.

Beispiel

Löse folgendes Gleichungssystem zeichnerisch ! Überprüfe Dein Ergebnis durch Einsetzen !

$$\begin{cases} -x + y = -4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

**Übung**

4. Löse das folgende Gleichungssystem zeichnerisch ! Überprüfe durch Einsetzen ! Wieviele Lösungen kann ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten haben ?

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

2 Lineare Ungleichung mit 2 Unbekannten

Unter einer linearen Ungleichung mit 2 Unbekannten verstehen wir eine Ungleichung der Form

$$ax + by \leq c$$

wobei anstatt \leq auch $<$, \geq oder $>$ stehen kann.

Es jetzt natürlich wieder um die Frage:

Frage: Wie kann die Lösungsmenge einer solchen Ungleichung ermittelt werden ?

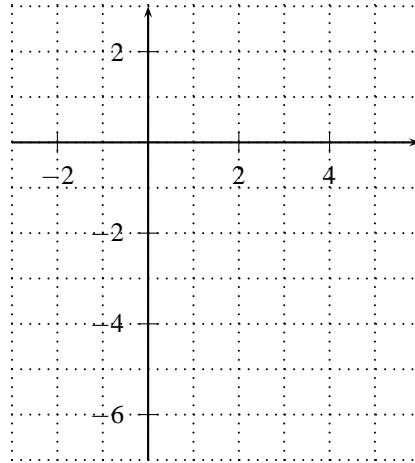
Wir wollen die Frage anhand eines Beispiels beantworten. Wir nehmen obiges Beispiel, ersetzen aber das Gleichheitszeichen mit einem \leq -Zeichen. So können wir auch gleich den Zusammenhang zur Gleichung aufstellen.

Beispiel

$$2x + 4y \leq 6$$

	1.Lösung	2.Lösung	3.Lösung
x -Wert bestimmen	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$
1.Zahlenpaar:			
2.Zahlenpaar:			
3.Zahlenpaar:			
4.Zahlenpaar:			
5.Zahlenpaar:			

Wir zeichnen diese Lösungen ins untenstehende Koordinatensystem ein.



Beobachtung:

Übung

5. Welche Zahlenpaare sind Lösungen der Ungleichung $10x - 12y < -9$?
- | | | |
|-----------|---------------|----------------|
| a) (0;0) | b) (6;5) | c) (5;6) |
| d) (-1;0) | e) (-0.5;0.5) | f) (1000;1001) |
6. Stelle die Lösungsmenge für die folgenden Ungleichungen grafisch dar.
- | | | |
|-------------------|-----------------|-------------------------|
| a) $y \leq x + 1$ | b) $y > 3x - 1$ | c) $2x + 3y \leq x + 1$ |
|-------------------|-----------------|-------------------------|
7. Stelle die Lösungsmenge für die untenstehenden Gleichungen/Ungleichungen graphisch dar. Benutze für (a) die Farbe Rot, für (b) die Farbe blau und für (c) die Farbe Grün.
- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $y = x + 1$ | b) $y < x + 1$ | c) $y > x + 1$ |
|----------------|----------------|----------------|

3 Lineare Ungleichungssysteme

Der Begriff Ungleichungssystem ist selbsterklärend. Im Gegensatz zum Gleichungssystem haben wir nun Ungleichungen, die alle gleichzeitig erfüllt sein müssen.

Beispiel

Stelle die Lösungsmenge des folgenden Ungleichungssystems zeichnerisch dar.

$$\begin{cases} 2x + y < 3 \\ x - y > 2 \end{cases}$$

8. Stelle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungssysteme zeichnerisch dar.

a) $\begin{cases} y < 3x + 5 \\ y > -2x \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + 2y < 2 \\ x - y > 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - y + 2 > 0 \\ x - 2y - 2 < 0 \\ y + 3 > 0 \end{cases}$